Задача 1.

Упростите логические выражения:

1. *(*
2. *(*

Задача 2.

На числовой прямой даны два отрезка: *P*  =  [17, 46] и *Q*  =  [22, 57]. Отрезок *A* таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной *х*:

¬(x ∈ A) →(((x ∈ P) ⋀ (x ∈ Q)) → (x ∈ A))

Какова **наименьшая** возможная длина отрезка *A*?

Задача 3.

Логическая функция *F* задаётся выражением:

((*x* ≡ *z*) → (¬*y* ∨ *w*)) ≡ ¬ ((*w* → *z*) ∨ (*x* → *y*)).

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции *F*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **???** | **???** | **???** | **???** | **F** |
|  | 1 |  | 0 | 1 |
| 0 |  | 1 |  | 1 |
| 0 |  | 0 | 0 | 1 |

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных *w*, *x*, *y*, *z*.

В ответе напишите буквы *w*, *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

*Пример.* Пусть заданы выражение *x* → *y*, зависящее от двух переменных *x* и *y*, и фрагмент таблицы истинности.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ??? | ??? | *F* |
| 0 | 1 | 0 |

Тогда первому столбцу соответствует переменная *y*, а второму столбцу соответствует переменная *x*. В ответе нужно написать: *yx*.

**Подсказка.** Вручную тяжело будет построить таблицу истинности, давайте заставим это делать компьютер. В питоне есть логические функции not, and, or. Но нет операции →. Постройте таблицу истинности для выражения *x* → *y.* Заметьте закономерность между *x* и *y*. (посмотрите, как они соотносятся друг с другом, какое из них больше, сделайте вывод). Переберите всевозможные варианты значений *w*, *x*, *y*, *z.* Найдите те значения, которые подходят по условию.

Задача 4

Значение арифметического выражения 3100  - *х*, где *х*  — целое положительное число, не превышающее 2030, записали в троичной системе счисления. Определите наименьшее значение *х*, при котором в троичной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно два нуля.

В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

Задача 5

Значение выражения 1255 + 259 − 30? записали в системе счисления с основанием 5.

Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

Задача 6

Алгоритм вычисления значения функции F(*n*), где *n*  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(1)  =  1;

F(*n*)  =  F(*n* – 1) + 2*n* – 1, если *n* > 1.

*Напишите программу с этим алгоритмом и вычислите* F(12).

Задача 7.

Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1.  Складываются отдельно первая и вторая цифры, вторая и третья цифры, а также третья и четвёртая цифры.

2.  Из полученных трёх чисел выбираются два наибольших и записываются друг за другом в порядке неубывания без разделителей.

*Пример.* Исходное число: 9575. Суммы: 9 + 5  =  14; 5 + 7  =  12; 7 + 5  =  12. Наибольшие суммы: 14, 12. Результат: 1214.

Укажите наименьшее число, при обработке которого автомат выдаёт результат 1418.

Задача 8.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, Г, Е, И, М, Р, Т. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | **Буква** | **Кодовое слово** | | А | 11 | | Б | 0010 | | Г | 1011 | | Е | 0011 | | |  |  | | --- | --- | | **Буква** | **Кодовое слово** | | И |  | | М | 01 | | Р | 000 | | Т | 1010 | |

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы И. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

**Примечание.** Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Задача 9.

Алгоритм вычисления значения функции F(*a*, *b*), где *a* и *b*  — целые неотрицательные числа, задан следующими соотношениями:

F(*a*, 0)  =  0;

F(*a*, *b*)  =  F(*a*−1, *b*) + b, если a > *b*;

F(*a*, *b*)  =  F(*a*, *b*−1) + a, если *a* ≤ *b* и *b* > 0.

Укажите количество таких целых неотрицательных чисел *a*, для которых можно подобрать такое *b*, что F(*a*, *b*)  =  2 097 152

**Подсказка.** В уме такое не решить, надо использовать компьютер. В лоб решить, записав такую рекурсивную функцию, не получится. Нужно понять в чем смысл данной функции. Можно поподставлять маленькие числа и понять закономерность. Или можно подумать, на что это похоже, и тоже определить смысл данной функции.

Задача 10.

Прочитайте информацию про облигации в файле obligation.py.   
Представьте, что вы разработчик. Вам нужно написать скрипт максимально понятно как для рядового пользователя, так и для других разработчиков.

Задача 11.

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [174457; 174505], числа с двумя различными натуральными делителями, не считая единицы и самого числа.

Для каждого найденного числа выведите эти два делителя на экран с новой строки в порядке возрастания произведения этих двух делителей.

Задача 12.

Пусть *M* (*N*)  — пятый по величине делитель натурального числа *N* без учёта самого числа и единицы. Например, *M*(1000)  =  100.

Если у числа *N* меньше 5 различных делителей, не считая единицы и самого числа, считаем, что *M* (*N*)  =  0.

Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых *M* (*N*) > 0.

Напишите программу, которая выводит эти числа N и значение M(N).

**Примечание.**

Пятый по величине делитель  — пятый делитель из пяти наибольших делителей числа. То есть для числа 1000 пять наибольших делителей, не считая единицы и самого числа,  — 500, 250, 200, 125, 100, пятый по величине  — 100.